

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСЕВОГО УСИЛИЯ, ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ ПО СОБСТВЕННЫМ ЧАСТОТАМ КОЛЕБАНИЙ

Хакимов А.Г.

ФГБУН Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, г.Уфа

hakimov@anrb.ru

Исследуются собственные частоты изгибных колебаний заземленной по краям трубопровода с жидкостью под давлением. Получено, что с увеличением осевого усилия происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. Установлено, что с увеличением толщины стенки трубы происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы для сжимающего осевого усилия. Получено, что с увеличением плотности жидкости или давления внутри трубопровода происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы. По двум собственным частотам изгибных колебаний трубы можно определить осевое усилие и толщину стенки трубы, или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе, или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы.

Введение. В протяженных объектах типа магистральных трубопроводных систем не все участки могут быть доступны для визуального осмотра и приборного диагностирования [1]. Проблемам диагностики дефектов в стержневых системах посвящено много работ, обзор которых можно найти, например, в [2-4]. В [5] представлен способ неразрушающего контроля толщины стенки газопровода, основанный на методе магнитного поля рассеяния и дается обзор работ по данной теме. В [6] предложены формы представления известных зависимостей, позволяющие непосредственно рассчитать необходимую толщину стенки труб. В статье [7] разработан алгоритм, позволяющий найти математическое ожидание длины продольной трещины дефектной трубы, при которой сохраняется нормативный безопасный уровень надежности газопровода. Решение получено для условия, когда вязкость разрушения трубной стали, сжимающее усилие, давление газа, коэффициент линейного расширения, модуль Юнга, температурный перепад стенки трубы, ее диаметр и толщина нормально распределены. В [8] определяется плотность жидкости или осевой момент инерции поперечного сечения и внутреннее давление по собственным частотам изгибных колебаний трубопровода. Здесь исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы. А также решена обратная задача определения осевого усилия и толщины стенки трубы, или осевого усилия и плотности жидкости в трубопроводе, или плотности жидкости в трубопроводе и толщины стенки трубы по двум собственным частотам изгибных колебаний.

Постановка задачи. Исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы и заземленной по краям. Требуется определить осевое усилие и толщину стенки трубы, или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе, или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы по собственным частотам изгибных колебаний.

Уравнение изгибных колебаний трубопровода по модели Кирхгоффа имеет вид

$$EJ \frac{\partial^4 w_*}{\partial x^4} - (T - P_i F_i) \frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2} + (\rho F + \rho_i F_i) \frac{\partial^2 w_*}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где E , ρ , J , F – модуль упругости, плотность, осевой момент инерции и площадь поперечного сечения трубопровода, ρ_i , F_i , P_i – плотность жидкости, площадь проходного сечения и давление внутри трубопровода, T – усилие растяжения в трубопроводе, w_* – прогиб трубопровода, x – координата, направленная по оси трубопровода, t – время. А уравнение, определяющее форму изгибных колебаний трубопровода, записывается

$$\frac{\partial^4 w_*}{\partial x^4} - \frac{T - P_i F_i}{EJ} \frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2} - \frac{(\rho F + \rho_i F_i) \omega^2}{EJ} w_* = 0,$$

$$F_i = \pi R_i^2, \quad F = \pi [(R_i + h)^2 - R_i^2], \quad J = \pi [(R_i + h)^4 - R_i^4] / 4, \quad (2)$$

где ω – частота, R_i – внутренний радиус трубопровода, h , L – толщина стенки и длина трубопровода.

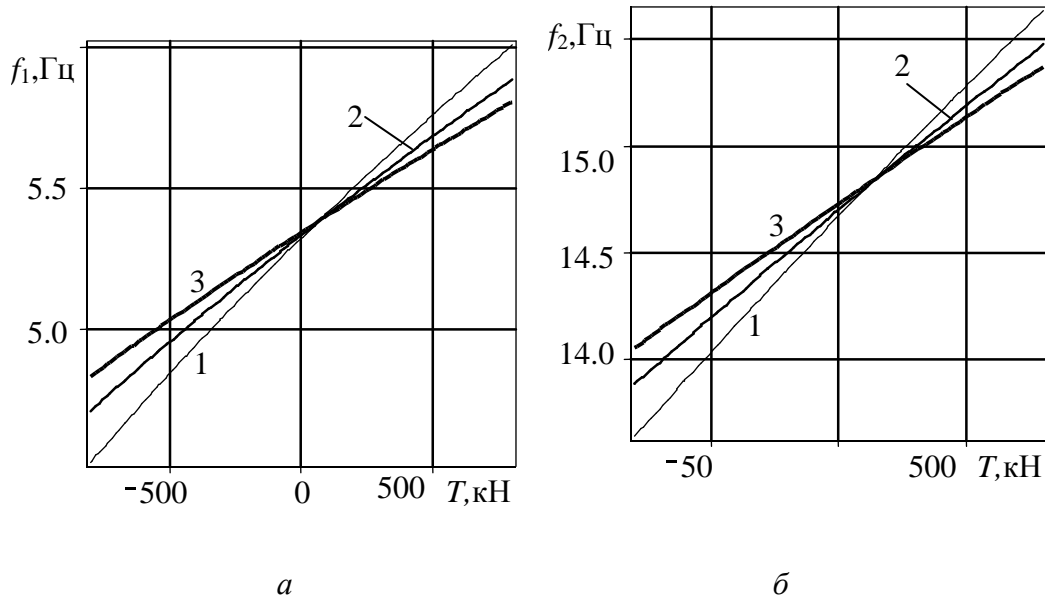


Рис. 1. Зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от осевого усилия T при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ для $h = 4, 5, 6$ мм (кривые 1-3, соответственно).

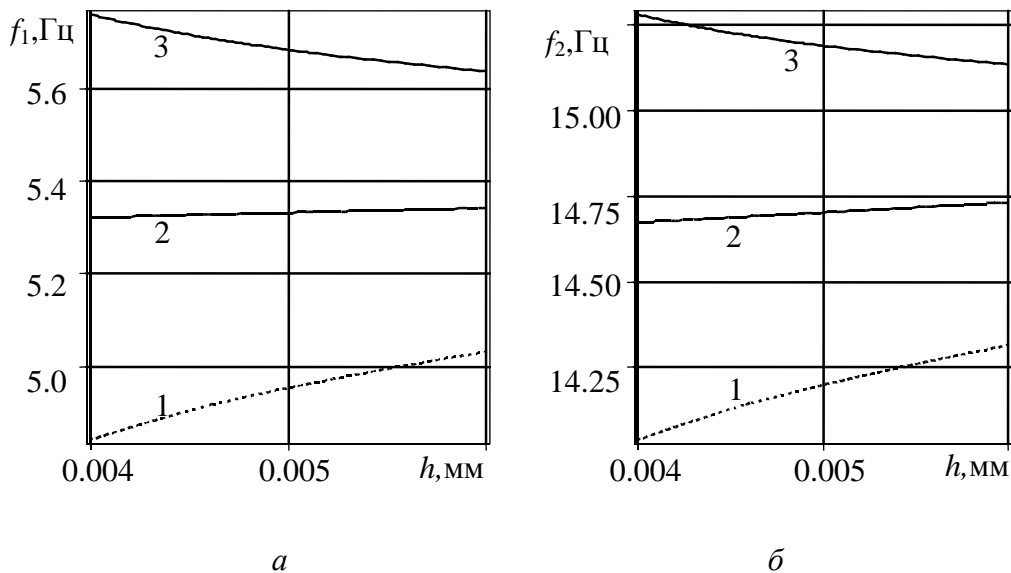


Рис. 2. Зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от толщины стенки трубы h при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ при осевом усилии $T = -500, 0, 500$ кН (кривые 1-3, соответственно).

Отсчитывая координату x от точки крепления, запишем граничные условия для защемленного по краям трубопровода

$$w_* = 0, \frac{\partial w_*}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, L). \quad (3)$$

Пользуясь в дальнейшем обозначениями

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad w = \frac{w_*}{L}, \quad p = \frac{(T - P_i F_i) L^2}{2EJ}, \quad \lambda = L^4 \sqrt{\frac{(\rho F + \rho_i F_i) \omega^2}{EJ}},$$

общее решение уравнения (2) и граничные условия (3) представим в виде

$$w = A \cos\left(\xi \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p}\right) + B \sin\left(\xi \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p}\right) + \\ + C \operatorname{ch}\left(\xi \sqrt{p + \sqrt{p^2 + \lambda^4}}\right) + D \operatorname{sh}\left(\xi \sqrt{p + \sqrt{p^2 + \lambda^4}}\right),$$

$$w_1 = 0, \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 \quad (\xi = 0, 1). \quad (4)$$

Граничные условия и условия (4) в развернутом виде записываются

$$A + C = 0, \\ B \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} + D \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} = 0, \\ A \cos \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} + B \sin \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} + \\ + C \operatorname{ch} \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} + D \operatorname{sh} \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} = 0, \\ \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} \cdot \left(-A \sin \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} + B \cos \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} \right) + \\ + \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} \cdot \left(C \operatorname{sh} \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} + D \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} + p} \right) = 0.$$

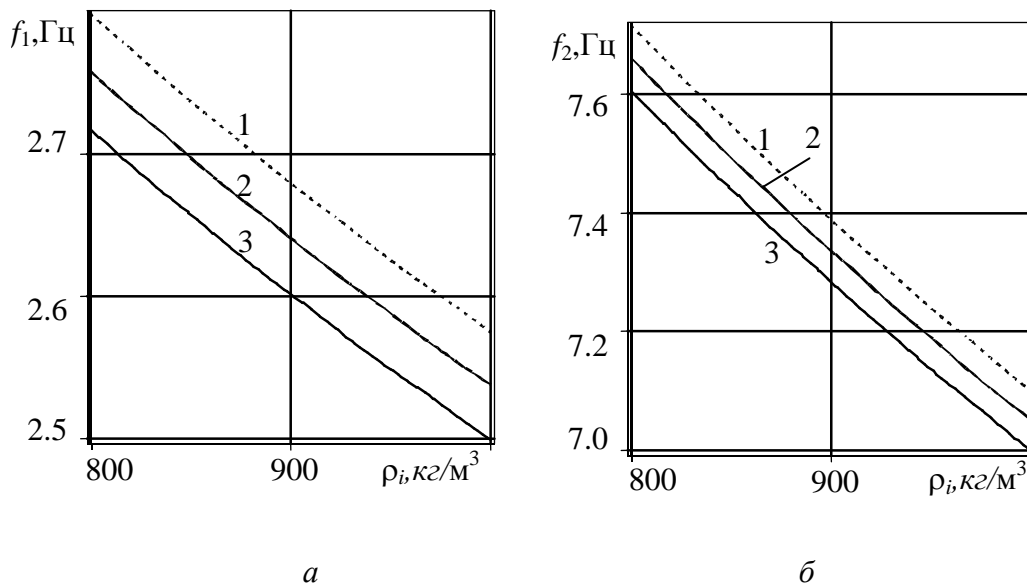


Рис. 3. Зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от плотности жидкости в трубопроводе ρ_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при давлении внутри трубопровода $P_i = 0, 0.5, 1.0$ МПа (кривые 1-3, соответственно).

Для того, чтобы A, B, C, D не были равны нулю одновременно, необходимо, чтобы определитель основной матрицы был равен нулю. Это условие дает частотное уравнение

$$\lambda^2 \left(1 - \cos \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} \cdot \operatorname{ch} \sqrt{p + \sqrt{p^2 + \lambda^4}} \right) + p \sin \sqrt{\sqrt{p^2 + \lambda^4} - p} \cdot \operatorname{sh} \sqrt{p + \sqrt{p^2 + \lambda^4}} = 0.$$

Таким образом, в приведенной простейшей модели трубопровода фигурируют параметры p и λ , которые зависят от усилия растяжения в трубе T , толщины стенки трубопровода h , плотности ρ_i и давления P_i жидкости внутри трубопровода.

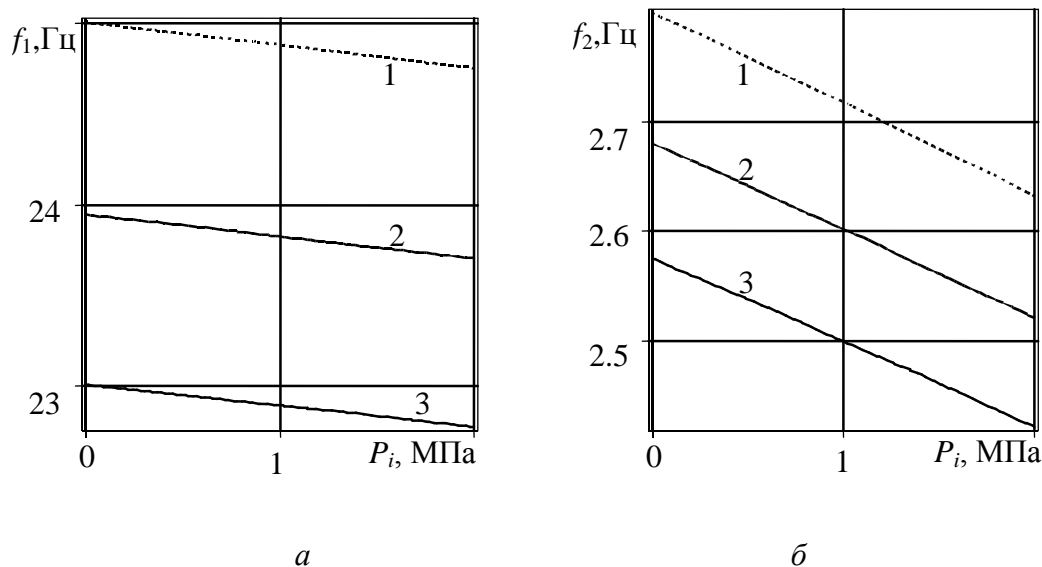


Рис. 4. Зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от давления внутри трубопровода P_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 800, 900, 1000$ кг/м³ (кривые 1-3, соответственно).

Прямая задача. Расчеты проведены для следующих параметров трубы: $E = 2.0 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\rho = 7800$ кг/м³, $R_i = 0.259$ м, $L = 25$ м. На рис. 1 даются зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от осевого усилия T при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ для $h = 4, 5, 6$ мм (кривые 1-3, соответственно). Из рис. 1 видно, что с увеличением осевого усилия T происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. На рис. 2 даются зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от толщины стенки трубы h при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ при осевом усилии $T = -500, 0, 500$ кН (кривые 1-3, соответственно). С увеличением толщины стенки трубы h происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубопровода для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубопровода для сжимающего осевого усилия. На рис. 3 даются зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от плотности жидкости в трубопроводе ρ_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при давлении внутри трубопровода $P_i = 0, 0.5, 1.0$ МПа (кривые 1-3, соответственно). Из рис. 3 видно, что с увеличением плотности жидкости в трубопроводе ρ_i происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы. На рис. 4 даются зависимости первой (фрагмент а), второй (фрагмент б) собственных частот изгибных колебаний трубопровода от давления внутри трубопровода P_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при

плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 800, 900, 1000 \text{ кг/м}^3$ (кривые 1-3, соответственно). Из рис. 4 видно, что с увеличением давления внутри трубопровода P_i происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы.

Обратная задача. Решение прямой задачи для трубы с вышеприведенными параметрами и $h=5 \text{ мм}$, $T=0$, $P_i=0$, $\rho_i=800 \text{ кг/м}^3$ дает, что первая и вторая собственные частоты трубопровода $f_1 = 2.799 \text{ Гц}$, $f_2 = 7.717 \text{ Гц}$. Решение обратной задачи для трубопровода с вышеприведенными параметрами при $f_1 = 2.7 \text{ Гц}$, $f_2 = 7.7 \text{ Гц}$ дает, что $h = 5.399 \text{ мм}$, $T = -479.721 \text{ кН}$. По двум частотам изгибных колебаний можно определить осевое усилие T и толщину стенки трубы h . На рис. 5 приводятся зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 осевого усилия T (фрагмент а) и толщины стенки трубы h (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.70 Гц – кривая 1; 7.72 Гц – 2; 7.74 Гц – 3 при $P_i=0$, $\rho_i=800 \text{ кг/м}^3$.

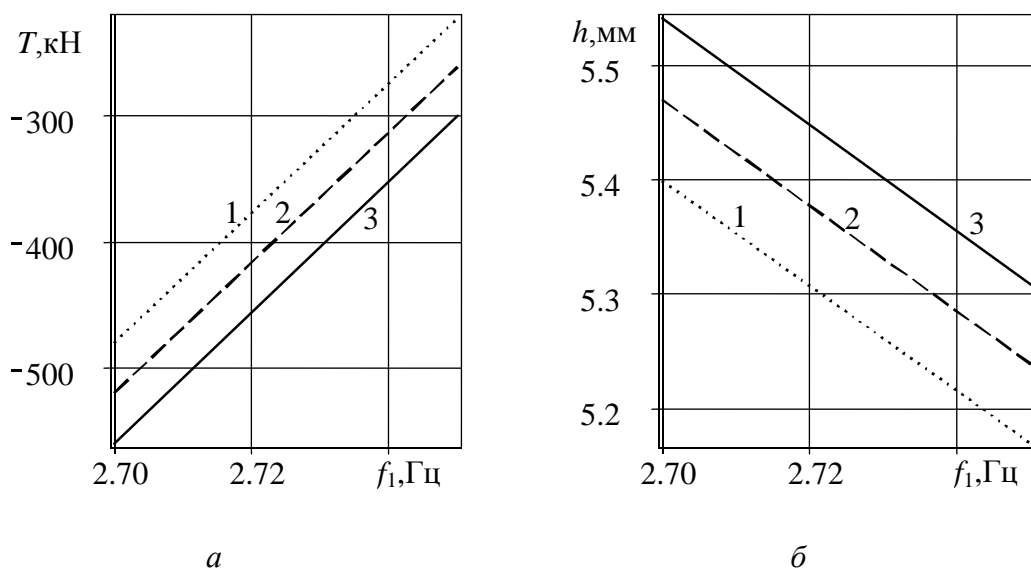


Рис. 5. Зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 осевого усилия T (фрагмент а) и толщины стенки трубы h (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.70 Гц – кривая 1; 7.72 Гц – 2; 7.74 Гц – 3 при $P_i=0$, $\rho_i=800 \text{ кг/м}^3$.

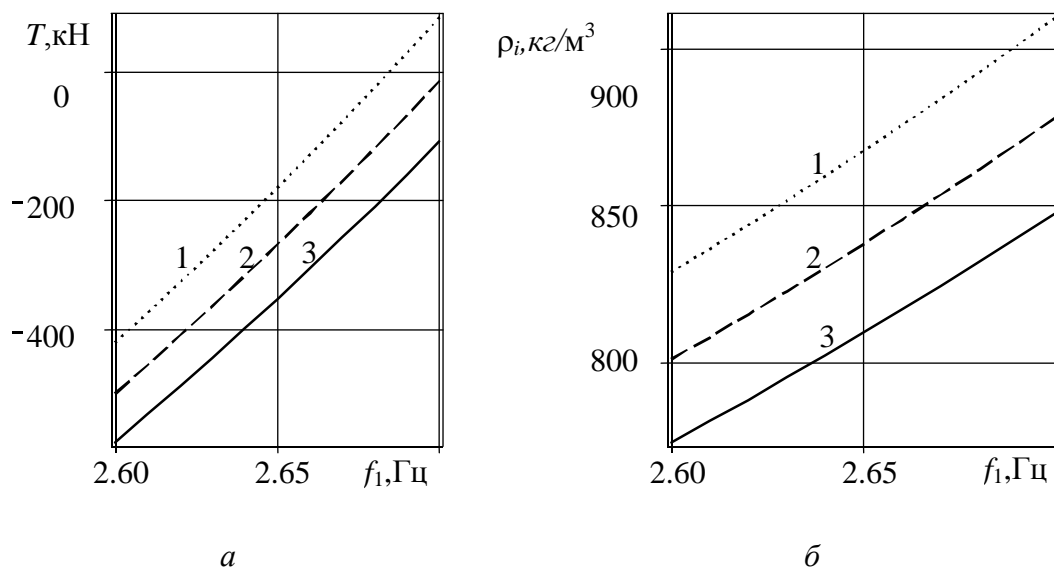


Рис. 6. Зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 осевого усилия T (фрагмент а) и плотности жидкости в трубопроводе ρ_i (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.40 Гц – кривая 1; 7.45 Гц – 2; 7.50 Гц – 3 при $P_i=0$, $h=5$ мм.

По двум частотам изгибных колебаний также можно определить осевое усилие T и плотность жидкости в трубопроводе ρ_i . На рис. 6 приводятся зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 осевого усилия T (фрагмент а) и толщины стенки трубы h (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.70 Гц – кривая 1; 7.72 Гц – 2; 7.74 Гц – 3 при $P_i=0$, $h=5$ мм. По двум частотам изгибных колебаний также можно определить плотность жидкости в трубопроводе ρ_i и толщину стенки трубы h . На рис. 7 приводятся зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 плотности жидкости в трубопроводе ρ_i (фрагмент а) и толщины стенки трубы h (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.700 Гц – кривая 1; 7.702 Гц – 2; 7.704 Гц – 3 при $P_i=0.1$ МПа, $T=0$.

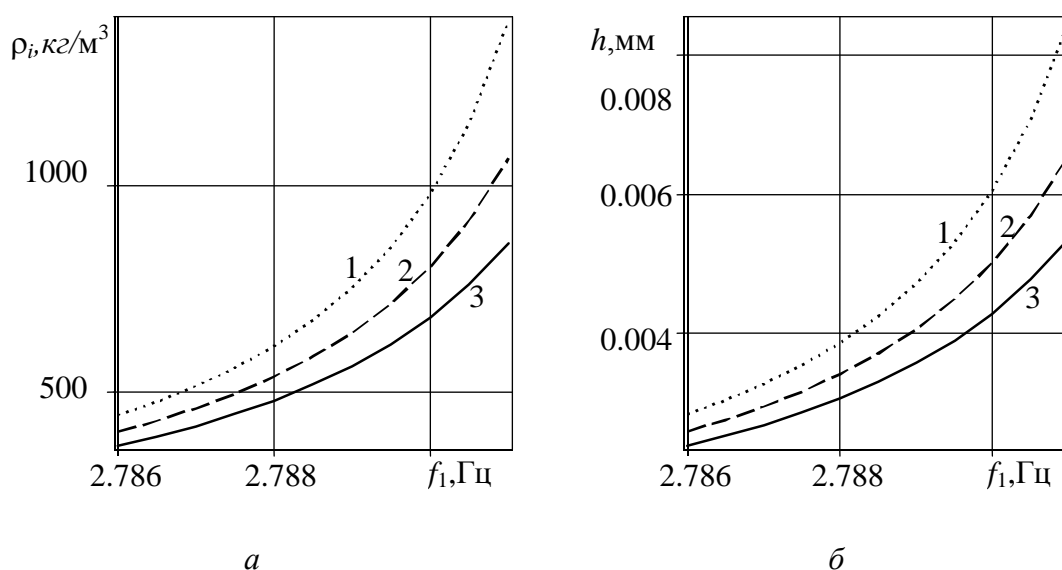


Рис. 7. Зависимости от первой частоты изгибных колебаний f_1 плотности жидкости в трубопроводе ρ_i (фрагмент а) и толщины стенки трубы h (фрагмент б) для различных частот изгибных колебаний f_2 : 7.700 Гц – кривая 1; 7.702 Гц – 2; 7.704 Гц – 3 при $P_i=0.1$ МПа, $T=0$.

Получено, что с увеличением осевого усилия происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. Установлено, что с увеличением толщины стенки трубы происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы для сжимающего осевого усилия. Получено, что с увеличением плотности жидкости или давления внутри трубопровода происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы.

По двум собственным частотам изгибных колебаний трубы можно определить осевое усилие и толщину стенки трубы или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы. Результаты работы могут быть применены для определения осевого усилия и толщины стенки трубы или осевого усилия и плотности жидкости в трубопроводе или плотности жидкости в трубопроводе и толщины стенки трубы по двум собственным частотам изгибных колебаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 14-01-97013-поволжье_а, № 14-01-00740_а).

Литература

1. *Сидоров Б.В., Мартынов С.А.* Рекомендуемая технология диагностики подземных трубопроводов // *Контроль. Диагностика.* – 2005. № 12. – С. 18-19.
2. *Gladwell G. M. L.* Inverse problems in vibration. –Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2004. (Русский перевод: *Глэдвелл Г.М.Л.* Обратные задачи теории колебаний. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. С.608.
3. *Guangming Dong and Jin Chen.* Vibration analysis and crack identification of a rotor with open cracks // *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 2011, Vol. 28, No. 1, P. 171-182.
4. *Акопьян В.А., Черпаков А.В., Рожков Е.В., Соловьев А.Н.* Интегральный диагностический признак идентификации повреждений в элементах стержневых конструкций // *Контроль. Диагностика.* 2012. № 7. С. 50-56.
5. *Yunwei Zhang, Guozheng Yan.* Detection of gas pipe wall thickness based on electromagnetic flux leakage // *Дефектоскопия.* 2007. № 2. P. 78-89.
6. *Куликов В.В.* Толщина стенки трубы, нагруженной давлением // *Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море.* 2009. № 7. С. 6-8.
7. *Кучерявый В.И., Мильков С.Н.* Расчет надежности сжатого участка газопровода при наличии продольных трещин // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* 2011. № 3. С. 112-116.
8. *Хакимов А.Г.* Определение плотности жидкости и внутреннего давления в трубопроводе по собственным частотам изгибных колебаний // *Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов.* 2014. № 1. – С. 37-43.