ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ПОЛЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ

Крылов А.Ф., Тен Г.Н.
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Крылов А.Ф., Тен Г.Н.
Ломоносова Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Записаны основные уравнения и соотношения для вычисления термодинамических функций идеального газа в поле сил тяжести.

В уравнении для квазистатических процессов

$$\delta Q = dU + \delta W \qquad (1)$$

присутствует функция состояния – внутренняя энергия U, определяемая в случае идеального газа в отсутствии поля сил тяжести через температуру соотношением

$$U = CvT, \qquad (2)$$

где Cv – теплоемкость при постоянстве объема, равная в случае одноатомного газа (3/2)kN (N- полное число частиц в системе). Элементарная работа, по определению [1], есть дифференциальная форма $\sum$ Aidai , в общем случае не приводящаяся к полному дифференциалу какой-либо функции, аргументами которой являются температура и внешние параметры ai (i = 1,2, …). Учитывая, что элементарное количество теплоты, получаемое системой при квазистатических процессах, связано с полным дифференциалом энтропии как функции состояния соотношением $\delta Q=TdS$, дифференциальное уравнение можно записать как

$$dS = (1/T)[d(CvT) + (kNT/V)dV]. \qquad (3)$$

Пусть мы имеем заполненный газом сосуд, имеющий форму цилиндра радиуса R с подвижным поршнем, положение которого характеризуется расстоянием h между ним и основанием цилиндра. Тогда уравнение (3) можно представить в виде

$$dS = (1/T)[d(CvT) + (kNT/h)dh]. \qquad (4)$$

Результатом интегрирования уравнения (4) является функция

$$S = Cv\, LnT + kNLnh.$$

При наличии поля сил тяжести с тем же газом в вертикально расположенном цилиндрическом сосуде решение аналогичной задачи усложняется. Выражение внутренней энергии идеального газа, согласно ее определению [1], своей структуры не меняет. Согласно определению элементарной работы

$$\delta W= \sum Aidai \qquad (5)$$

где под ai понимают все внешние параметры, в том числе и напряженности внешних силовых полей. Напряженность поля сил земного тяготения (ускорение свободного падения g) является внешним термодинамическим параметром. Если макросистема не перемещается вдоль земного меридиана, ускорение свободного падения неизменно. В этом случае, согласно (5),

$$W = Fdh , \qquad (6)$$

где F – сила давления, действующая со стороны газа на поршень.

Сила давления вычисляется как

$$F = Ph (\pi R2). \qquad (7)$$

Распределение давления внутри столба газа по высоте связано с распределением частиц газовой системы и описывается формулой

$$Ph =kTno \exp(-mg/kT), \qquad (8)$$

в которой no – плотность числа частиц около основания цилиндра.

Вычисление F приводит к результату:

$$F = [kNT (-mg/kT)\exp(- mgh/kT)]/[\exp(-mgh/kT) - 1], \qquad (9)$$

т.е.

$$F=Tf(T,h). \qquad (10)$$

Таким образом, в рассматриваемом примере уравнение

$$\delta Q = dU + \delta W$$

принимает вид

$$\delta Q=CvdT+Tf(T,h)dh. \qquad (11)$$

Поскольку равенство $\delta Q = TdS$ носит универсальный характер, дифференциальная форма

$$(1/T)[CvdT+Tf(T,h)dh] \qquad (12)$$

также должна быть полным дифференциалом S(T,h). Но выражение d(Cv LnT) + f(T,h)dh привести к полному дифференциалу функции аргументов T,h нельзя.

Это обстоятельство можно объяснить тем, что определение элементарной работы в термодинамике соотношением (2) приемлемо только в отсутствии внешнего поля сил тяжести или в тех случаях, когда эффектами, возникающими по причине гравитационного воздействия на макросистему, можно пренебречь.

Если же газовая макросистема находится в гравитационном поле, количество теплоты, получаемое системой (для определенности, положительное), идет на изменение внутренней энергии и на совершение работы над телом, определяющим положение поршня (для определенности, при расширении), а также на совершение работы против сил тяжести. Это приводит к увеличению потенциальной энергии (П) макросистемы в гравитационном поле и допускает представление

$$\Pi = gX(g,T,h) . \quad (7)$$

Следовательно,

$$\delta W = Fdh + gdX(g,T,h) , \quad (8)$$

а объединенное уравнение термодинамики принимает вид уравнения

$$TdS = d(CVT) + Fdh + gdX(g,T,h) ,$$

позволяющего получить выражение для энтропии идеального газа, находящегося в поле сил земного тяготения.

Литература

1. *Базаров И.П.* Термодинамика. – М.: Высшая школа, 1991.-376 с.